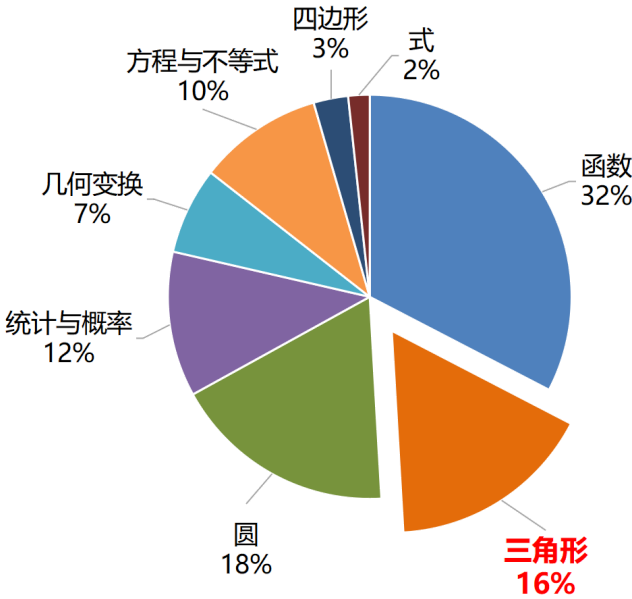


相似三角形的性质与判定

知己知彼



一、成比例线段

成比例线段

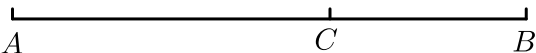
成比例线段：对于四条线段 a, b, c, d ，如果其中两条线段的比（即它们长度的比）与另两条线段的比相等，如_____，我们就说这四条线段成比例。

比例中项：若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ，则_____，线段 b 叫做线段 a, c 的_____。

黄金分割：点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC （ $AC > BC$ ），若_____则称线段 AB 被点 C 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的_____， AC 与 AB 的比叫做_____。

例题

- 下列各组中的四条线段成比例的是（ ）。
 A. $a = \sqrt{2}, b = 3, c = 2, d = \sqrt{3}$ B. $a = 4, b = 6, c = 5, d = 10$
 C. $a = 2, b = \sqrt{5}, c = 2\sqrt{3}, d = \sqrt{15}$ D. $a = 2, b = 3, c = 4, d = 1$
- 已知线段 $a = 4, b = 16$ ，线段 c 是 a, b 的比例中项，那么 c 等于（ ）。
 A. 10 B. 8 C. -8 D. ± 8
- 在中华经典美文阅读中，刘明同学发现自己的一本书的宽与长之比为黄金比，已知这本书的长为20cm，则它的宽约为（ ）。
 A. 12.36cm B. 13.6cm C. 32.36cm D. 7.64cm
- 如图，点 C 是线段 AB 的黄金分割点（ $AC > BC$ ），下列结论错误的是（ ）。



A. $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$

B. $BC^2 = AB \cdot BC$

C. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D. $\frac{BC}{AC} \approx 0.618$

练习

5. 下列四条线段中，不能成比例的是（ ）.
- A. $a = 4, b = 8, c = 5, d = 10$ B. $a = 2, b = 2\sqrt{5}, c = \sqrt{5}, d = 5$
 C. $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$ D. $a = 1, b = 2, c = 2, d = 4$
6. 已知：线段 a, b 的长分别为 $3\text{cm}, 4\text{cm}$ ，线段 c 是 a, b 的比例中项，则 c 的长是 _____ cm .
7. 在设计人体雕像时，使雕像的上部与下部的高度比，等于下部与全身的高度比，可以增加视觉美感。按此比例，如果雕像的高为 2m ，设它的下部的高应设计为 $x\text{m}$ ，则 x 满足的关系式为（ ）.
- A. $(2 - x) : x = x : 2$ B. $x : (2 - x) = (2 - x) : 2$
 C. $(1 - x) : x = x : 1$ D. $(1 - x) : x = 1 : x$
8. 已知线段 $AB = 1$ ，点 C 是线段 AB 的黄金分割点，则较小线段 BC 长为 _____.

二、相似三角形的判定

相似三角形

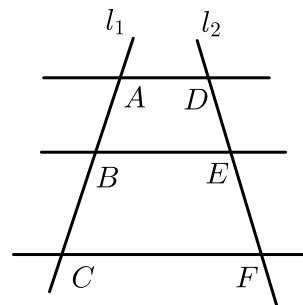
定义：三个____分别相等，三条____成比例，我们就说两个三角形相似。
相似用符号_____表示，读作“_____”。

相似三角形的判定：

- 1、_____出相似；
- 2、三边_____的两个三角形相似；
- 3、两边_____且_____的两个三角形相似；
- 4、两角_____的两个三角形相似。

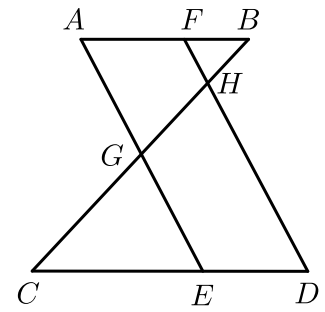
例题

9. 如图， $AD \parallel BE \parallel CF$ ，直线 l_1, l_2 与这三条平行线分别交于点 A, B, C 和点 D, E, F ，已知 $AB = 1, BC = 3, DE = 2$ ，则 EF 的长为（ ）.



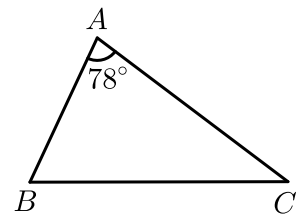
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

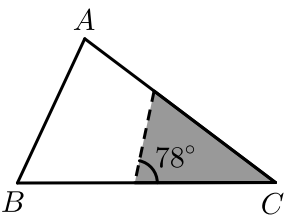
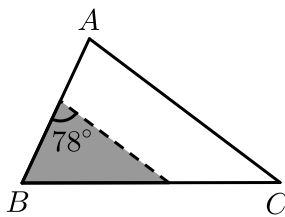
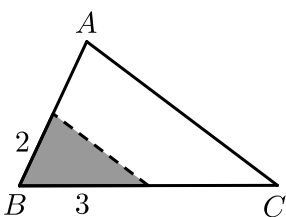
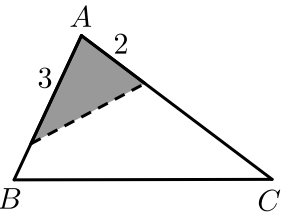
10. 如图, $AB \parallel CD$, $AE \parallel FD$, AE 、 FD 分别交 BC 于点 G 、 H , 则图中共有相似三角形() .



- A. 4对 B. 5对 C. 6对 D. 7对

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 78^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是() .

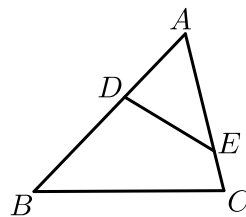


- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

12. 下列四组图形中, 一定相似的图形是() .

- A. 各有一个角是 30° 的两个等腰三角形 B. 有两边之比都等于 $2:3$ 的两个三角形
- C. 各有一个角是 120° 的两个等腰三角形 D. 各有一个角是直角的两个三角形

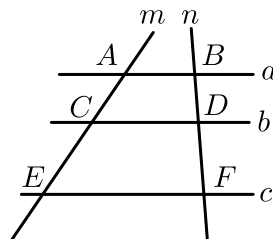
13. 如图，点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上，增加下列条件中的一个：① $\angle AED = \angle B$ ，② $\angle ADE = \angle C$ ，③ $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ，④ $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ，⑤ $AC^2 = AD \cdot AE$ ，使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似的有（ ）。



- A. ①②④ B. ②④⑤ C. ①②③④ D. ①②③⑤

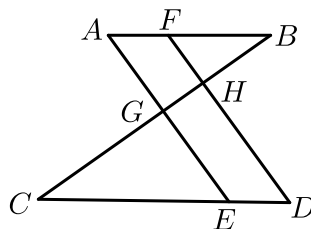
练习

14. 如图，已知直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 m, n 与直线 a, b, c 分别交于点 A, C, E, B, D, F ，若 $AC = 4, CE = 6, BD = 3$ ，则 $BF =$ （ ）。



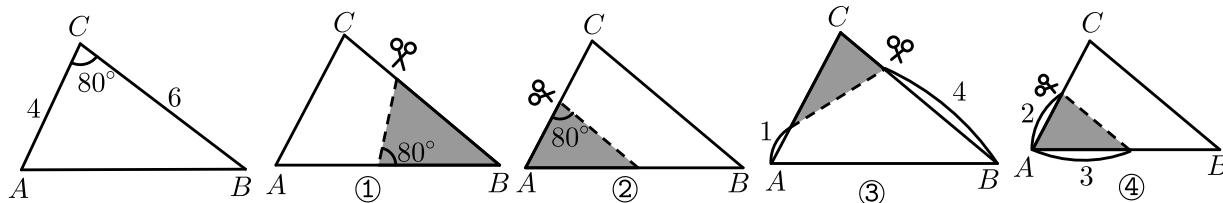
- A. 7 B. 7.5 C. 8 D. 8.5

15. 如图，已知 $AB \parallel CD, AE \parallel FD$ ， AE 和 FD 分别交 BC 于点 G, H ，则图中相似三角形有（ ）对。



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 80^\circ, AC = 4, BC = 6$ 。将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，按下面四种方式剪下的阴影三角形与原三角形相似的是（ ）。

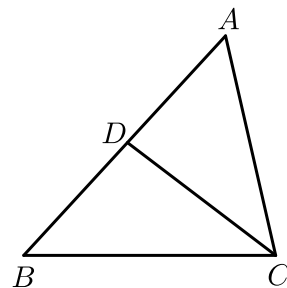


- A. ①②③ B. ②③④ C. ①② D. ④

17. 下列判断中，不正确的有（ ）.

- A. 三边对应成比例的两个三角形相似
- B. 两边对应成比例，且有一个角相等的两个三角形相似
- C. 斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似
- D. 有一个角是 100° 的两个等腰三角形相似

18. 如图所示，给出下列条件：① $\angle B = \angle ACD$ ；② $\angle ADC = \angle ACB$ ；③ $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$ ；④ $AC^2 = AD \cdot AB$ ，其中单独能够判定 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 的有 _____ .



三、相似三角形的性质

相似三角形的性质

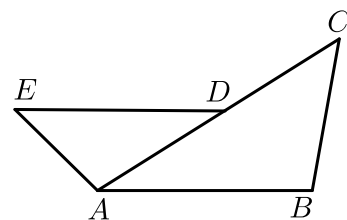
相似三角形的_____相等，_____之比相等，都等于_____.

相似三角形对应_____的比、对应_____的比、对应_____的比以及_____之比都等于相似比. 相似三角形_____的比等于相似比.

相似三角形面积的比等于相似比的_____.

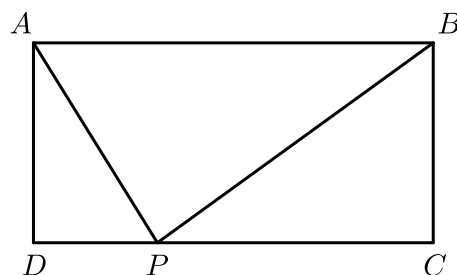
例题

19. 已知，如图， D 是 AC 上一点， $DE \parallel AB$ ， $\angle B = \angle DAE$.

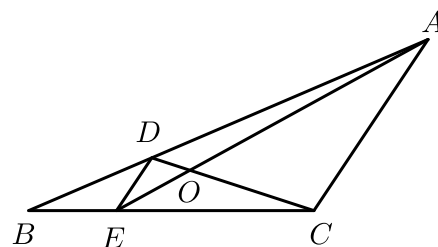


- (1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DAE$.
- (2) 若 $AB = 8$ ， $AD = 6$ ， $AE = 4$ ，求 BC 的长.

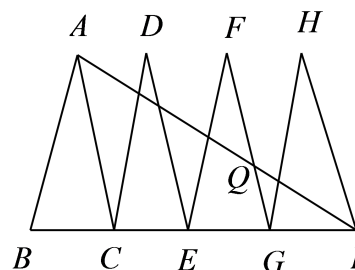
20. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = 5$ ， P 为 CD 边上的动点，当 $\triangle ADP$ 与 $\triangle BCP$ 相似时， $DP =$ _____.



21. 如图， D ， E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB ， BC 上的点，且 $DE \parallel AC$ ， AE ， CD 相交于点 O ，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ ，则 $S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是（ ）.



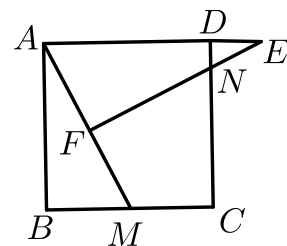
- A. 1 : 3 B. 1 : 4 C. 1 : 5 D. 1 : 25
22. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\triangle DCE$ ， $\triangle FEG$ ， $\triangle HGI$ 是4个全等的等腰三角形，底边 BC ， CE ， EG ， GI 在同一条直线上，且 $AB = 2$ ， $BC = 1$ ，连接 AI ，交 FG 于点 Q ，则 $QI =$ （ ）.



- A. 1 B. $\frac{\sqrt{61}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{66}}{6}$ D. $\frac{4}{3}$

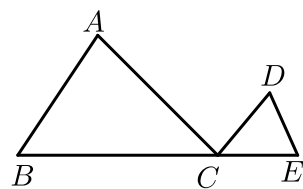
练习

23. 如图，正方形 $ABCD$ 中， M 为 BC 上一点， F 是 AM 的中点， $EF \perp AM$ ，垂足为 F ，交 AD 的延长线于点 E ，交 DC 于点 N 。

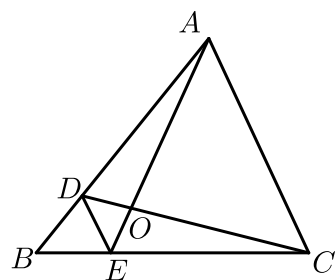


- (1) 求证： $\triangle ABM \sim \triangle EFA$ 。
 (2) 若 $AB = 12$ ， $BM = 5$ ，求 DE 的长。

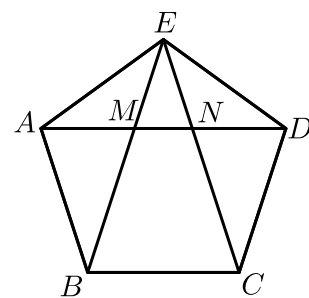
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 6$ ， $AB = 4$ ，点 D 与点 A 在直线 BC 的同侧，且 $\angle ACD = \angle ABC$ ， $CD = 2$ ，点 E 是线段 BC 延长线上的动点，当 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似时，线段 CE 的长为 _____。



25. 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 上的点， $DE \parallel AC$ ，若 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1 : 3$ ，则 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOC}$ 的值为 _____。



26. 如图，正五边形的边长为2，连对角线 AD ， BE ， CE ，线段 AD 分别与 BE 和 CE 相交于点 M ， N ，则 $MN =$ _____。



 我学会了什么